ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ

ИНСТРУКЦИЯ

по работе жюри Регионального этапа

Всероссийской олимпиады школьников по астрономии 2017 года

Критерии и методика оценивания выполнения олимпиадных заданий

Регионального этапа

Москва 2016

1. Обязанности жюри Регионального этапа Всероссийской олимпиады по астрономии.

Региональный этап Всероссийской олимпиады проводится в виде независимых конкурсов в трех возрастных параллелях – 9, 10 и 11 класс. Жюри Регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии состоит их научных и педагогических работников, специализирующихся в области астрономии. Численность жюри должна составлять не менее 6 человек, оптимальный состав жюри – 10-12 человек. Председатель и заместитель председателя жюри назначаются органом управления образованием субъекта Российской Федерации. При формировании состава жюри орган управления образованием может воспользоваться рекомендациями Центрального оргкомитета и Центральной предметно-методической комиссии по астрономии Всероссийской олимпиады школьников.

В ходе решения заданий олимпиадами участниками, продолжающегося в течение 4 часов, члены жюри должны несколько раз посетить аудитории и ответить на вопросы участников олимпиады по условиям заданий. Помимо этого, жюри проводит заседание, на котором распределяет задания каждой возрастной параллели. Член жюри, в сферу ответственности которого попадает то или иное задание, должен проверить его решения у каждого участника олимпиады в возрастной параллели, строго руководствуясь приводимыми в данной инструкции критериями оценивания. Таким образом, достигается необходимая объективность проверки. В зависимости от численности жюри решение каждого задания проверяется одним или независимо двумя членами жюри. Во втором случае итоговая оценка получается усреднением двух независимых оценок, итоговая оценка должна быть округлена. Выставление дробной оценки за задание в итоговый протокол ***не допускается***.

Перед началом проверки оргкомитет производит шифровку работ участников и отделяет от них обложки с персональными данными участников. Жюри выставляет оценки на первые страницы работ.

Решение каждого задания оценивается по 8-балльной системе в соответствии с критериями, приводимыми в настоящей инструкции для каждого задания. Выставление оценки за решение задания, превышающей 8 баллов, на региональном этапе Всероссийской олимпиады по астрономии ***не допускается***.

При проверке любого задания Регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии необходимо полностью ознакомиться со структурой решения, предложенного участником. На первом этапе проверки эта структура оценивается без сравнения с решением, предложенным в данных материалах. Необходимо оценить правдоподобность и обоснованность решения (а не только ответа), степень связанности используемых фактов и законов. Примерное представление об итоговой оценке должно появиться уже после первого этапа проверки.

На втором этапе проверки решение сравнивается с предлагаемым в данных материалах. Различие этих решений не обязательно означает ошибочность решения, предложенного участником олимпиады. Эти решения могут быть эквивалентны по своим составляющим, но отличаться структурой (изменен порядок действий, использование линейных величин вместо угловых, решение в обратных величинах и т.д.), а могут полностью различаться по методике. В первом случае необходимо определить количество баллов, выставляемых за каждое действие, исходя из числа баллов за аналогичное действие в стандартном решении. Во втором случае нужно полностью выстроить систему оценивания нового метода, исходя из его обоснованности и отсутствия противоречий со стандартным решением.

При выставлении оценки в протокол члену жюри рекомендуется зафиксировать у себя отдельные оценки за основные составляющие решения и основные моменты, на которые было обращено внимание при оценивании. Это позволит увеличить объективность решения об изменении оценки в случае заявления участника олимпиады на апелляцию.

При решении задачи может возникнуть ситуация, когда участник знает (либо угадывает) правильный численный ответ и записывает его, но не может выстроить (либо неверно выстраивает) само решение и дать обоснование полученному ответу. В этом случае за решение выставляется не более 2 баллов. Оценка может быть увеличена, только если какие-либо из этапов решения сделаны верно.

С другой стороны, арифметические ошибки, приводящие к неверному ответу, не должны быть основанием для снижения оценки более чем на 1-2 балла, если только ответ не получается заведомо неверный, абсурдный с точки зрения здравого смысла. В последнем случае оценка может быть существенно снижена в зависимости от абсурдности ответа, не замеченной участником олимпиады.

Возможна также ситуация, при которой участник олимпиады правильно не выполняет ни одного из действий стандартного либо эквивалентного ему решения (оценка по предложенным схемам равна нулю), но при этом правильно высказывает некоторые факты, имеющие отношение к ситуации, описанной в задаче. В этом случае возможно увеличение оценки, но только до 1 или (в исключительных случаях) до 2 баллов.

При проверке задания 6 в каждой из возрастных категорий нужно учитывать, что решение предполагает выполнение построений и измерений на бумаге, что может привести к некоторым неточностям, не принижающим общее качество решения.

При проверке решений не допускается искусственное завышение оценок, даже если оно производится по общим критериям для всех участников. Центральная предметно-методическая комиссия по астрономии оставляет за собой право запрашивать работы участников и результаты их проверки на экспертизу.

Общая оценка участника олимпиады получается суммированием оценок за решения всех шести заданий для возрастной параллели. Максимальная оценка за весь этап составляет 48 баллов. Наличие итоговых оценок более 48 баллов является ***грубым нарушением*** правил регионального этапа олимпиады по астрономии и может служить основанием для ***аннулирования*** его результатов в данном регионе.

Распределение участников по числу набранных баллов в каждой возрастной группе является основанием для определения победителей и призеров Регионального этапа олимпиады в рамках квоты, предусмотренной организатором олимпиады. При принятии решения жюри должно руководствоваться копией протокола без указания ФИО и личных данных участников и учитывать особенности распределения участников в каждой возрастной группе по набранным баллам. В частности, крайне не рекомендуется выносить разные решения жюри (победитель и призер либо призер и участник без диплома) участникам одной возрастной параллели, итоговые результаты которых отличаются на один балл.

Дипломы призеров олимпиады рекомендуется присуждать участникам, набравшим не менее 24 баллов по сумме решений всех 6 заданий.

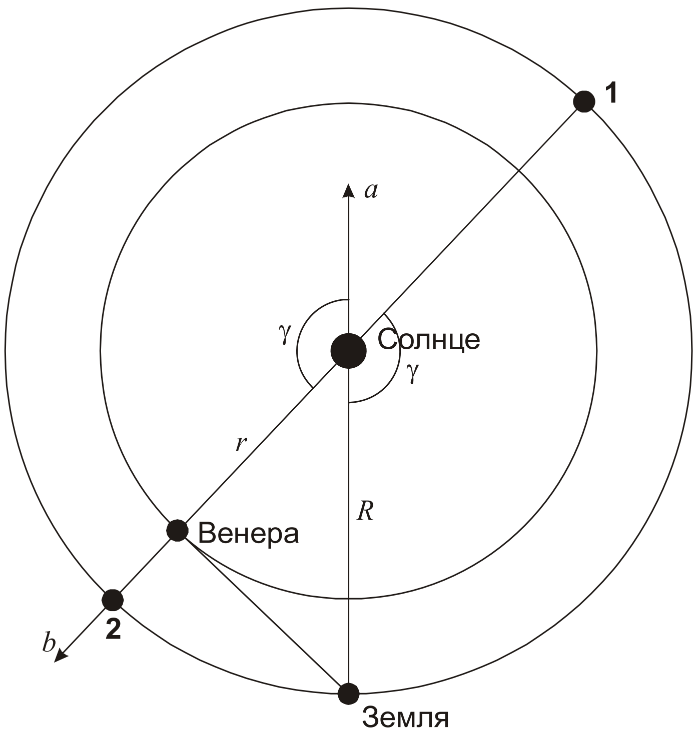
Решение жюри заносится в итоговый протокол, в котором также указываются оценки за каждое задание и суммарная оценка каждого участника. Протокол составляется отдельно для каждой из трех возрастных параллелей и подписывается председателем и всеми членами жюри.

2. Решения заданий Регионального этапа и система оценивания каждого задания.

9 класс

1. Условие. 12 января 2017 года состоялась наибольшая восточная элонгация Венеры. В каком созвездии была бы видна в этот день Венера, если бы мы наблюдали ее из ближайших окрестностей Солнца? Орбиты планет считать круговыми и лежащими в плоскости эклиптики.

1. Решение. Изобразим положение Солнца, Венеры и Земли со стороны северного полюса эклиптики в указанный момент.



В данной проекции планеты движутся вокруг Солнца против часовой стрелки. Коль скоро Венера находится в наибольшей восточной элонгации, линия, проведенная от Земли к Венере, касается орбиты последней восточнее (левее) Солнца. Направление, в котором находится Венера при наблюдении с Солнца (обозначено буквой *b* на рисунке), образует угол γ с направлением, в котором само Солнце видно с Земли (буква *a* на рисунке). Этот угол равен

$$\gamma = 180^{\circ} - \arccos\frac{r}{R} = 136^{\circ}.$$

Здесь радиусы орбит Венеры и Земли обозначены как r и R. В искомом направлении b Солнце при наблюдении с Земли окажется, когда Земля пройдет по своей орбите дугу γ и окажется в положении 1 на рисунке. В случае движения по кругу Земле для этого потребуется время

$$t = T\frac{\gamma}{360^{\circ}} = 138 \text{ сут.}$$

В итоге мы получаем, что Солнце будет видно с Земли в направлении b 30 мая. Это направление соответствует созвездию Тельца.

Этот ответ можно получить и другими способами. В частности, можно указать, что угол $180°-\gamma=44°$ Земля проходит за 45 дней. За такой промежуток времени до текущей ситуации, то есть 28 ноября, Земля находилась в положении 2 на рисунке, и искомая точка неба была в противостоянии с Солнцем. В этот день само Солнце находится в созвездии Скорпиона, а искомая точка – в созвездии Тельца.

Еще одно свойство этой точки – она располагается в 90° к востоку от текущего положения Венеры в небе Земли (созвездие Водолея), а сама Венера находится в 46° от Солнца. Тем самым, искомое направление оказывается в 136° к востоку от Солнца вдоль эклиптики.

1. Система оценивания. Решение задачи предполагает правильное понимание взаимного расположения Солнца, Венеры и Земли. Оно может быть изложено в виде рисунка или текстового описания и оценивается в 3 балла. Правильное численное определение направления, в котором Венера видна со стороны Солнца, оценивается в 3 балла. Оно может быть задано либо как направление на Солнце со стороны Земли в конце мая, либо как направление на точку, противоположную Солнцу в конце ноября, либо как направление в 90° к востоку от Венеры. Последние 2 балла выставляются за правильное указание созвездия.

В случае неверного выполнения какого-либо этапа решения и неправильного ответа, последующие этапы могут быть оценены, если они выполняются правильно. В частности, если участник олимпиады путает западную и восточную элонгацию Венеры, но при этом верно производит вычисления, получая в итоге созвездие Льва, возможно полное оценивание второго и третьего этапов решения с максимальной оценкой в 5 баллов. Если данное созвездие получается в результате каких-либо других ошибочных рассуждений, оценка определяется верностью выполнения каждого из трех этапов решения.

Если участник олимпиады путает зодиакальное созвездие и зодиакальный знак, указывая в качестве ответа созвездие Близнецов, 2 балла за последний этап решения не выставляются. Если правильный ответ (созвездие Тельца) указывается без обоснования, засчитывается только третий этап решения, и итоговая оценка не может превышать 2 балла.

2. Условие. Кто совершает один оборот вокруг оси Сатурна быстрее и во сколько раз – сам Сатурн или его кольцо? Радиус кольца Сатурна считать равным 112 500 км.

2. Решение. Период осевого вращения Сатурна составляет 10.7 часов. Для того, чтобы определить период вращения кольца, учтем, что оно состоит из отдельных частей, двигающихся вокруг планеты в соответствии с законом всемирного тяготения. Период можно определить непосредственно из этого закона, приравняв угловое ускорение элемента кольца к ускорению силы тяжести:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2}; \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Здесь R – радиус кольца, M – масса Сатурна, v – орбитальная скорость кольца. Фактически, мы получили выражение для первой космической скорости. Орбитальный период кольца составит:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM}}.$$

Последнее уравнение является ни чем иным, как обобщенным III законом Кеплера. Можно применить и его более простую форму, сравнив кольцо с каким-либо спутником Сатурна:

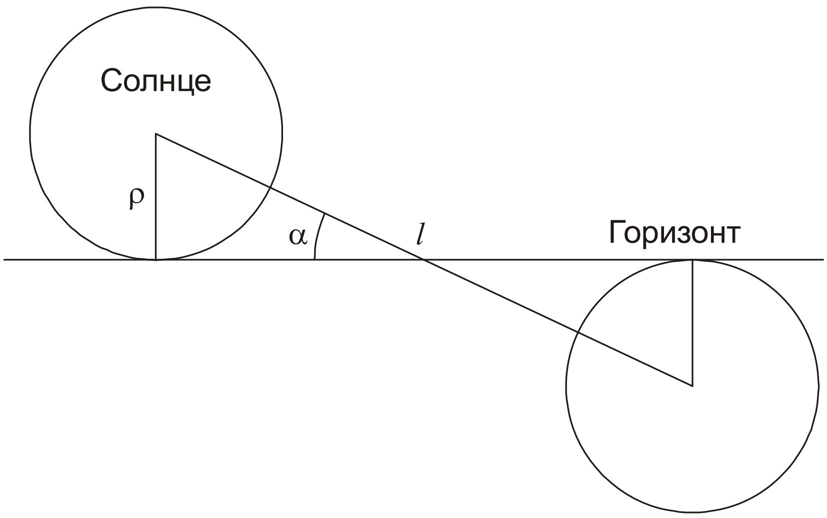
$$T = T_0 \cdot \left(\frac{R}{R_0}\right)^{3/2}.$$

Здесь R_0 и T_0 – радиус орбиты и период обращения спутника Сатурна (например, Титана). Используя любую из этих формул, мы получаем, что период обращения кольца составляет 10.7 часа, то есть с точностью до 1% периоды осевого вращения Сатурна и его кольца совпадают.

2. Система оценивания. Основой решения задачи является определение периода осевого вращения кольца Сатурна. Он может быть вычислен на основе закона всемирного тяготения, простого или обобщенного III закона Кеплера. Каждый из этих подходов считается правильным и при условии верного выполнения оценивается в 6 баллов. В случае неверных численных расчетов, но правильной физической основы, из этих 6 баллов выставляется от 2 до 5, в зависимости от степени неточности. Последние 2 балла ставятся за формулировку ответа. Указание на отличие периодов в пределах 1-2% не считается ошибкой и на оценку не влияет.

3. Условие. Любитель астрономии, не двигаясь по поверхности Земли, заметил, что заход Солнца за горизонт продолжался ровно 3 минуты. В каком географическом районе России он находился? Орбиту Земли считать круговой, атмосферной рефракцией пренебречь.

3. Решение. Изобразим участок суточного пути Солнца, соответствующий его заходу.



Если предположить, что Солнце находится на небесном экваторе, то длина дуги l, пройденная им за время захода, выраженная во временной мере, соответствует длительности захода t. Если же Солнце имеет склонение δ, то оно в своем суточном движении перемещается по малому кругу небесной сферы, длина которого относится к длине небесного экватора как $\cos\delta$. Тогда длина дуги, пройденная Солнцем за время захода, равна

$$l = t \cos \delta.$$

Во время захода Солнце движется под углом α к горизонту. Когда Солнце находится на небесном экваторе, этот угол максимален и равен $(90°–|\varphi|)$, где φ – широта места. Для звезд, которые касаются горизонта в точках севера или юга такой угол, очевидно, равен нулю. Значит, когда Солнце не находится на небесном экваторе, его угол захода меньше, чем $(90° - |\varphi|)$. Можно записать неравенство

$$\alpha \le 90° - |\varphi|.$$

Учитывая, что дело происходит в России, в северном полушарии, знак модуля у широты можно опустить. Равенство будет достигаться, если Солнце располагается на небесном экваторе. Угол α связывает длину пути Солнца во время его захода и угловой радиус Солнца ρ:

$$\rho = \frac{l \sin\alpha}{2}.$$

Отсюда мы получаем:

$$\sin\alpha = \frac{2\rho}{l} = \frac{2\rho}{t\cos\delta} \ge \frac{2\rho}{t}.$$

Угол α лежит в интервале от 0 до 90°, его синус – возрастающая функция. Для широты места справедливо неравенство:

$$\varphi \le 90^{\circ} - \alpha \le 90^{\circ} - \arcsin\frac{2\rho}{t} = \arccos\frac{2\rho}{t}.$$

Угловой радиус Солнца можно определить, зная размер Солнца R и расстояние до него L (орбита Земли считается круговой):

$$\rho \text{ (радиан)} = R/L.$$

Он равен 0.266° или 1.064 мин. Получаем, что широта места наблюдения не превышает 45°, но может быть несколько меньше. На территории России эта параллель проходит только по самым южным районам – Крымскому полуострову, Северному Кавказу и Приморскому краю (с Курильскими островами).

Задание может быть оформлено в терминах равенств, если с самого начала сказать, что самым быстротечным заход Солнца будет в момент равноденствий и дальше рассматривать данный случай.

3. Система оценивания. Для решения задачи участники должны получить величину длины дуги, пройденной Солнцем за заданную длительность захода (1 балл), связь этой длины с угловыми размерами Солнца и углом между суточным путем и горизонтом (2 балла) и связь этого угла с широтой (2 балла). Данные этапы можно выполнять в произвольном порядке как в виде неравенств, так и в виде равенств для случая равноденствий. В последнем случае участники должны указать, что равноденствие соответствует самому быстрому заходу Солнца. Если расчет идет только для момента равноденствий без обоснования того, что в этом случае заход будет самым быстрым, то итоговая оценка уменьшается на 1 балл.

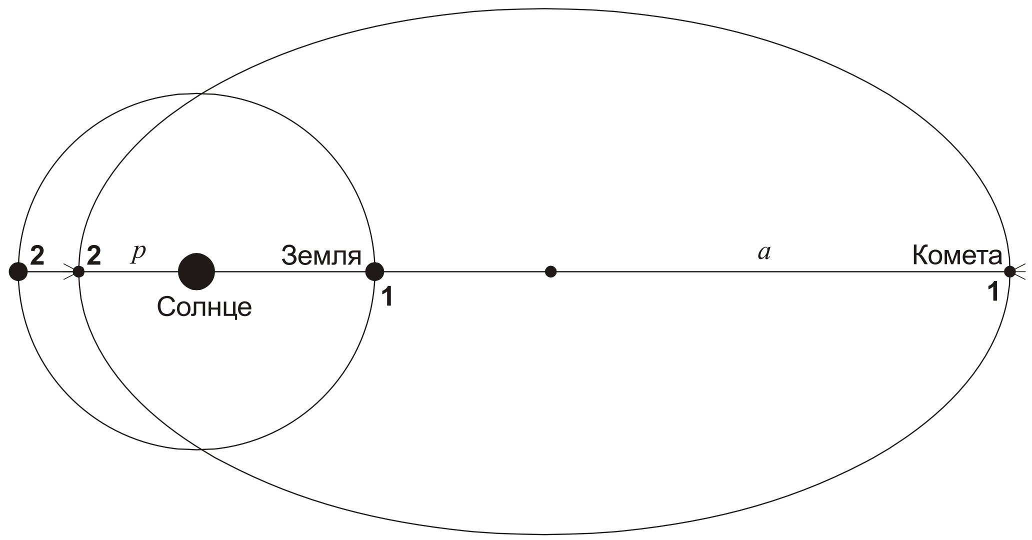
Вычисление широты места оценивается в 2 балла. Последний 1 балл выставляется за указание районов России, где может выполняться условие задачи. Перечисление всех регионов РФ не является обязательным, достаточно указать три географические области – Крым, Северный Кавказ и юг Дальнего Востока. При неполном указании этих областей итоговая оценка не может превышать 7 баллов.

4. Условие. Короткопериодическая комета, находящаяся в афелии своей орбиты, вступает в противостояние с Солнцем, располагаясь в плоскости эклиптики. Возможно ли будет увидеть ее в местную полночь на средних широтах во время ближайшего прохождения перигелия орбиты, если большая полуось орбиты равна 2.92 а.е., а эксцентриситет – 0.80? Чему будет равно расстояние между Землей и кометой в момент прохождения перигелия? Орбиту Земли считать круговой.

4. Решение. Для ответа на вопрос задачи необходимо определить, какое взаимное положение займут Земля, Солнце и комета в момент прохождения последней перигелия. В начальный момент времени эти три тела располагаются на одной линии, причем Земля находится в между Солнцем и кометой (положение 1 на рисунке). Точку перигелия своей орбиты комета достигнет через половину своего орбитального периода. Отрезок времени между афелием и перигелием можно определить из III закона Кеплера

$$T(\text{годы}) = \frac{a^{3/2}}{2} = 2.5.$$

Здесь a – большая полуось орбиты кометы в астрономических единицах. К моменту, когда комета будет проходить перигелий, Земля совершит 2.5 оборота и окажется в противоположной точке своей орбиты по отношению к своему начальному положению. Необходимо выяснить, как будет расположена комета. Поскольку точки перигелия и афелия располагаются на одной прямой, то, раз в афелии комета находилась в плоскости эклиптики, то и в перигелии она также будет в этой плоскости, вне зависимости от того, как наклонена её орбита. Причем, все три тела опять окажутся на одной линии, Земля и комета будут вновь с одной стороны от Солнца (положение 2 на рисунке). Определим перигелийное расстояние кометы:



$$p = a\,(1 - e) = 0.58 \text{ а.е.}$$

Расстояние перигелия планеты меньше астрономической единицы. Комета располагается в плоскости эклиптики ближе к Солнцу, чем Венера. Это уже само по себе означает, что комета, как и Венера, не будет видна в полночь в средних широтах. К тому же, комета будет находиться между Землей и Солнцем и окажется на небе в нижнем соединении с ним. Отсюда делаем вывод, что расстояние от Земли до кометы составит 0.42 а.е.

4. Система оценивания. Первым шагом решения задачи является определение начального положения Солнца, Земли и кометы (1 балл). Второй этап решения связан с определением взаимного положения этих объектов во время прохождения кометой перигелия. Этот этап оценивается в 3 балла, из которых 1 балл ставится за указание, что это произойдет через половину орбитального периода кометы, 1 балл – за вычисление этого времени по III закону Кеплера, и еще 1 балл – за правильное определение положения Земли в момент перигелия кометы. Если за время перелета принимается не половина, а полный период обращения кометы, то все 3 балла за второй этап решения не выставляются.

Вычисление перигелийного расстояния кометы оценивается в 2 балла. Далее, 1 балл ставится за вывод о том, что комета не будет видна в полночь с Земли и 1 балл – за определение расстояния до кометы. Вывод о невидимости кометы в момент перигелия без достаточных обоснований оценивается в 1 балл.

Участники могут сразу получить величину перигелийного расстояния кометы (0.58 а.е.) и сделать вывод о том, что комета не будет видна в полночь в небе средних широт. Такой вывод считается обоснованным и оценивается в те же 3 (2+1) балла. Однако, для определения расстояния между Землей и кометой им нужно будет провести первые два этапа решения, оцениваемые в 4 балла, и найти само расстояние (1 балл).

5. Условие. Оцените видимую звездную величину Млечного Пути при наблюдении из Большого Магелланова Облака, считая, что наша Галактика состоит из 250 млрд звезд, похожих на Солнце. Расстояние до Большого Магелланова Облака составляет 163 тыс. световых лет. Абсолютную звездную величину Солнца (его звездную величину с расстояния 10 пк) считать равной 5^m. Межзвездным поглощением света пренебречь.

5. Решение. В одном парсеке содержится 3.26 световых года. Выражая расстояние до Большого Магелланова облака в этих единицах, получаем 50 кпк. Это в 5000 раз больше, чем 10 пк. Поэтому каждая звезда нашей Галактики, похожая на Солнце, будет выглядеть в $(5000)^2$ или в 25 миллионов раз слабее звезды 5^m. Но самих звезд много – 250 миллиардов. В результате, Галактика окажется в 10000 раз ярче, чем Солнце с расстояния 10 пк. Эта разница соответствует 10 звездным величинам. Звездная величина Млечного Пути составит

$$5^m - 10^m = -5^m.$$

5. Система оценивания. Правильный перевод световых лет в парсеки (или наоборот) оценивается в 1 балл. Указание на то, что видимый блеск объектов обратно пропорционален квадрату расстояния (численно или в виде формулы), оценивается в 2 балла. Вывод о том, что суммарный блеск звезд пропорционален их количеству (численно или в виде формулы), оценивается в 1 балл.

Второй этап решения заключается в переводе отношения блесков в звездные величины. Это можно сделать, как указано в решении или с помощью формулы Погсона. За правильное вычисление разницы между абсолютной звездной величиной Солнца и видимой звездной величиной Млечного Пути выставляется 3 балла. За правильный итоговый ответ выставляется ещё 1 балл. В случае, если формула Погсона написана верно, но допущена ошибка в вычислениях, суммарная оценка за второй этап решения составляет не более 2 баллов.

6. Условие. В таблице приведены координаты и моменты верхней кульминации некоторых звезд (прохода через небесный меридиан текущей точки наблюдения) по Всемирному времени и их высоты в эти моменты, измеренные двигающимся наблюдателем в некоторый вечер. Считая движение наблюдателя по поверхности Земли равномерным и прямолинейным (без поворотов), определите направление и величину его скорости.

Звезда	Прямое восхождение	Склонение	Время кульминации, UT	Высота (юг)
Вега (α Лиры)	18ч 37м	+38° 47′	21ч 00м	+80° 17′
Альтаир (α Орла)	19ч 51м	+08° 52′	22ч 20м	+50° 22′
Денеб (α Лебедя)	20ч 41м	+45° 17′	23ч 14м	+86° 47′

6. Решение. Нам известны высоты всех трех звезд в верхней кульминации, а также то, что все они наблюдались южнее зенита. Это позволяет определить значение широты места расположения наблюдателя в моменты наблюдения кульминаций:

$$\varphi_i = 90° - h_i + \delta_i = +48.5°.$$

Здесь h – высота светила, δ – его склонение, индекс i принимает значения от 1 до 3. Мы видим, что значение широты для всех трех моментов одинаково. Если смещение наблюдателя по долготе невелико, то можно считать, что прямолинейное движение по поверхности Земли есть просто движение вдоль параллели. Для нахождения его скорости нужно определить соотношение долгот наблюдателя во все три момента. В момент верхней кульминации светила звездное время в точке наблюдения S равно прямому восхождению светила α. Для звездного времени также справедливо соотношение:

$$S = S_0 + \lambda + UT,$$

где λ – долгота места, а S_0 – звездное время, соответствующее средней солнечной полуночи. Величина S_0 меняется медленно (на 4 минуты в день), и при точности регистрации моментов кульминации в 1 минуту мы можем не учитывать ее изменение за 2 часа. Тогда мы можем определить величины

$$\Lambda_i = (S_0 + \lambda)_i = S_i - UT_i.$$

Для трех моментов, указанных в условии задачи, эта величина составляет 21ч37м, 21ч31м и 21ч27м. Для удобства здесь мы добавили к ней 24 часа, чтобы избежать отрицательных значений. Итак, долгота наблюдателя уменьшается на 10 минут за 2 и 1/4 часа или примерно на 4.5 минуты в час. В радианной мере это соответствует 0.020 радиан в час, при этом наблюдатель движется на запад.

К этому выводу можно прийти и другим путем. Пренебрегая разницей между звездными и солнечными сутками, мы можем сказать, что для неподвижного наблюдателя интервал времени между кульминациями звезд равен разнице их прямых восхождений. В этом случае между кульминациями Веги и Альтаира прошло бы 1ч14м, а между кульминациями Альтаира и Денеба – 50 минут. Для двигающегося наблюдателя эти интервалы составили 1ч20м и 54 минуты. Тем самым, движение небесной сферы для него происходит со скоростью 0.925 от ее нормальной скорости. Эти 7.5% и дает движение наблюдателя. Его угловая скорость относительно оси Земли равна 0.075 часа или 4.5 минут в час.

Перемещение наблюдателя невелико, и путь вполне можно считать отрезком прямой линии. Длина дуги параллели γ на широте φ соответствует линейному расстоянию

$$l = R\, \gamma \cos \varphi.$$

Здесь R – радиус Земли. В итоге, скорость составляет примерно 80 км/час. Очевидно, мы не рассматриваем варианты преодоления целой окружности параллели за время порядка одного часа, так как движение со скоростью в несколько километров в секунду по поверхности Земли невозможно.

6. Система оценивания. Первая часть решения состоит в вычислении широты наблюдателя во все три момента и выводе о том, что эта широта постоянна. Этот этап оценивается в 2 балла. Если вывод о постоянной широте не делается, то эти 2 балла не выставляются. Также в этом случае не ставится 1 балл за определение направления движения наблюдателя (последний этап решения). Общая оценка в этом случае не может превышать 5 баллов.

Далее участники должны получить выражение для соотношения долгот трех пунктов (или долготы каждого из них с точностью до постоянного слагаемого), которое оценивается в 3 балла. Вместо этого участники могут получить величину угловой скорости наблюдателя относительно оси Земли или соотношения его линейной скорости к линейной скорости осевого вращения Земли. Каждый из этих способов является правильным.

Вычисление скорости движения наблюдателя оценивается еще в 3 балла. Если при этом ошибочно указано направление движения, как сказано выше, оценка уменьшается на 1 балл. Если при вычислении скорости не был учтен множитель cos φ, оценка уменьшается на 2 балла.

При оценивании решения необходимо учитывать, что точность определения угловой и линейной скорости движения наблюдателя в данной ситуации не может быть лучше 10%. Поэтому отклонения ответа от приведенного выше, вызванные округлениями в ходе решения, не могут быть основанием для снижения оценки.

Если участник рассматривает случаи преодоления наблюдателем целой окружности параллели Земли за один час, это не влияет на оценку ни в сторону увеличения, ни в сторону уменьшения. Оценивается лишь правильный вывод основного решения с малой скоростью.

10 класс

1. Условие. Первичное кольцо радуги образуется каплями воды, преломляющими свет Солнца под углом 138° по отношению к изначальному направлению распространения излучения. На каких широтах на Земле первичная радуга никогда не может быть видна на небе в истинный солнечный полдень? Рельефом Земли, рефракцией, угловыми размерами Солнца и толщиной радуги пренебречь. Считать, что климатические условия позволяют радуге появляться в любом месте Земли в любой сезон года.

1. Решение. Угол преломления света каплей воды больше 90°, поэтому радуга появляется на небе в области, противоположной Солнцу. Она выглядит как кольцо с центром в противоположной точке и радиусом

$$\gamma = 180° - 138° = 42°.$$

Если в истинный солнечный полдень высота Солнца над горизонтом выше угла γ, то противоположная точка неба окажется глубоко под горизонтом, и первое кольцо радуги не будет видно на небе. Чтобы данное условие выполнялось в любой сезон года, нужно, чтобы верхняя кульминация Солнца происходила выше даже в день зимнего солнцестояния для данного полушария. В северном полушарии высота Солнца над горизонтом в полдень 22 декабря составляет

$$h = 90° - \varphi - \varepsilon,$$

где φ – широта места (положительная), а ε – угол наклона экватора к эклиптике (около 23°). Чтобы выполнилось условие $h>\gamma$, широта должна быть

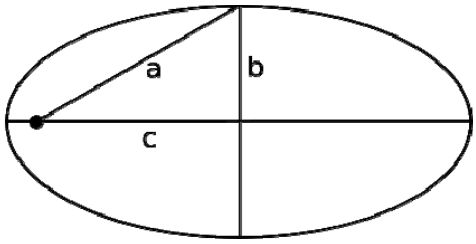
$$\varphi < 90° - \gamma - \varepsilon = +25°.$$

Аналогично, для южного полушария и дня 21 июня мы получаем $\varphi > -25°$. Итак, условие задачи выполняется для пояса Земли, расположенного между параллелями с широтой ±25°.

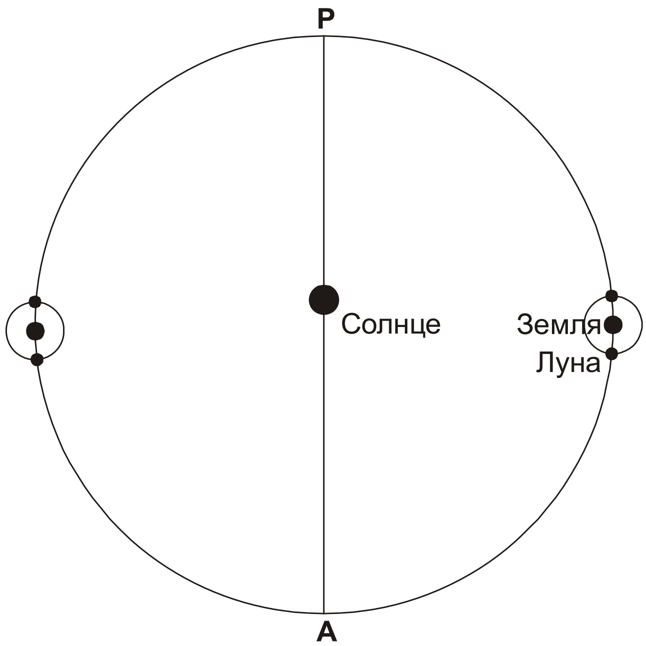
1. Система оценивания. Начальным этапом решения является указание расположения радуги на небе как кольца с радиусом 42° вокруг противосолнечной точки неба (или кольца с радиусом 138° вокруг Солнца). Данный этап оценивается в 2 балла. Формулировка условия видимости верхнего края радуги на небе (высота Солнца менее 42°) оценивается в 2 балла. Вывод о выполнении условия задачи в каждом из двух полушарий оценивается по 2 балла (всего – 4 балла). Участники олимпиады могут пользоваться более точным значением угла ε (23.4° или 23.5°) с итоговым ответом 24.5° или 24.6°, что не обязательно, но и не является ошибкой.

2. Условие. В некоторый момент времени и Земля, и Луна находятся на расстоянии 1.0000 а.е. от центра Солнца. В каком созвездии видна Луна земному наблюдателю?

2. Решение. Как известно, орбита Земли слегка вытянута, а 1 а.е. есть среднее расстояние от Солнца до Земли (большая полуось орбиты). Согласно определению, эллипс – это геометрическое место точек с постоянной суммой расстояний от двух фокусов. Отсюда можно сделать вывод, что на среднем расстоянии от Солнца Земля будет находиться тогда, когда попадет в одну из вершин на малой оси эллипса (вертикальной линии на рисунке)



Так как эксцентриситет орбиты нашей планеты невелик, мы можем считать, что Земля оказывается на таком расстоянии от Солнца посередине временных интервалов между прохождением точек перигелия (P) и афелия (A) – в начале апреля и начале октября. Коль скоро Луна также располагается в 1.0000 а.е. от Солнца, угол «Солнце-Земля-Луна» должен составлять 90° (см. рисунок). Здесь мы учитываем, что расстояние между Землей и Луной несравнимо меньше расстояния от Земли до Солнца.



Мы делаем вывод, что ситуация наступает в фазе первой или последней четверти в начале апреля или начале октября. Во всех случаях направление от Земли к Луне параллельно линии апсид орбиты Земли (линии, соединяющей точки перигелия и афелия). Луна располагается в области неба, где находится Солнце в перигелии (начало января) или афелии (начало июля). Это созвездия Стрельца или Близнецов.

2. Система оценивания. Первым этапом задачи является указание, в каких точках своей орбиты должна находиться Земля. Этот вывод оценивается в 2 балла. Далее участники должны установить, где может располагаться Луна и каким будет направление от Земли к

Луне относительно эклиптики или линии апсид орбиты Земли. Этот вывод оценивается еще в 2 балла. Наконец, правильное указание каждого из двух созвездий оценивается еще по 2 балла. Если участник олимпиады путает зодиакальные созвездия со знаками и указывает в ответе Козерог и Рак, баллы за созвездия не выставляются, и максимальная оценка составляет 4 балла.

Если участник олимпиады не учитывает эксцентриситет орбиты Земли, считает, что она всегда находится на расстоянии 1.0000 а.е. от Солнца, и делает вывод, что Луна может находиться в любом из 13 созвездий на эклиптике, то за такое решение выставляется 2 балла.

3. Условие. Ученые будущего предложили фантастический проект, в ходе которого весь грунт на поверхности Марса электрохимическим способом был бы разложен на свободные металл и кислород, и таким образом была бы создана кислородная атмосфера на планете. Какова толщина слоя грунта, который нужно переработать, чтобы давление такой кислородной атмосферы у поверхности Марса оказалось таким же, как атмосферное давление у поверхности Земли? Считать, что грунт Марса состоит из минерала лимонита с химической формулой Fe_2O_3 и плотностью 3.5 г/см^3. Атомные веса железа и кислорода составляют 56 и 16 соответственно.

3. Решение. Атмосферное давление у поверхности Земли p составляет 10^5 Па и равно весу столба атмосферы площадью 1 м^2. Все то же самое будет относиться и к Марсу, но нельзя забывать, что ускорение свободного падения g на Марсе другое. Масса этого столба с площадью основания 1 м^2 составит:

$$m_S = \frac{p}{g} = \frac{pR^2}{GM}.$$

Здесь M и R – масса и радиус Марса. Данное выражение можно получить другим, более сложным способом. Концентрация атомов в атмосфере у поверхности Марса равна

$$n = \frac{p}{kT}.$$

Здесь k – постоянная Больцмана, T – температура атмосферы. Число атомов в столбе атмосферы единичной площади есть произведение концентрации на высоту однородного столба атмосферы H:

$$n_S = nH = \frac{p}{kT} \cdot \frac{\Re T}{\mu g} = \frac{N_A p}{\mu g} = \frac{p}{mg}.$$

Здесь N_A – постоянная Авогадро, μ и m – молярная и молекулярная масса газа. Учитывая, что $m_S = m \cdot n_S$, мы вновь приходим к первой формуле решения задачи.

Масса столба оказывается равной $2.7 \cdot 10^4$ кг/м^2. Обратим внимание, что высота атмосферы и толщина грунта существенно меньше радиуса планеты, ускорение свободного падения мы считаем постоянным. Массовая доля кислорода в молекуле Fe_2O_3 равна

$$\eta = \frac{3A_O}{2A_{Fe} + 3A_O} \approx 0.3.$$

Здесь A_O и A_{Fe} – атомные веса кислорода и железа. Чтобы наполнить столб атмосферы требуемым количеством кислорода, нужно переработать столб грунта Марса той же площади (так как обработке подвергается вся планета) глубиной h. Масса этого столба будет равна

$$m_{GS} = \frac{m_S}{\eta} = m_S \frac{2A_{Fe} + 3A_O}{3A_O}.$$

Масса столба получается равной $9 \cdot 10^4$ кг/м^2. Теперь мы можем найти его глубину

$$h = m_{GS}/\rho = 25 \text{ м}.$$

Здесь ρ – плотность грунта, которую нужно перевести в нужные единицы (при выполнении решения в системе СИ – в кг/м^3).

3. Система оценивания. Существует несколько подходов к решению данного задания. Участники олимпиады могут вычислять требуемую массу кислорода как в расчете на единицу площади (1 м^2 или 1 см^2 в зависимости от используемой системы единиц), так и в расчете на всю поверхность Марса. Правильное определение массы атмосферы на единицу площади в виде формулы или числа оценивается в 3 балла. Эффективным и самым простым методом выполнения этого этапа является представление давления как веса столба атмосферы единичной площади. Участники могут проводить выкладки через величину однородного столба атмосферы и даже пытаться вычислить температуру Марса. Это излишние шаги, но при условии правильности вычислений они оцениваются в полной мере.

Вычисление массы грунта на единичную площадь (или площадь поверхности Марса) оценивается в 2 балла. Если при этом участник олимпиады не учитывает или неправильно учитывает количество атомов кислорода и железа в молекуле Fe_2O_3, данные 2 балла не ставятся, но другие этапы решения оцениваются в полной мере. Наконец, определение глубины переработки грунта оценивается в 3 балла.

4. Условие. Видимая звездная величина звезды Регул равна $+1.4^m$, расстояние до нее 24 пк, масса – 3.5 массы Солнца, период осевого вращения – 16 часов. Исходя из этих данных, найдите минимально возможное значение температуры поверхности Регула.

4. Решение. Определим абсолютную звездную величину Регула:

$$m_A = m + 5 - 5\lg d = -0.5.$$

Здесь d – расстояние до Регула. С учетом того, что абсолютная звездная величина Солнца равна $+4.7^m$, получаем, что светимость Регула L больше светимости Солнца L_0 в $10^{0.4\cdot 5.2} = 120$ раз. Для светимостей L, радиусов R и температур T справедливо соотношение (индекс «0» относится к Солнцу):

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \left(\frac{T}{T_0}\right)^4.$$

Отсюда мы получаем выражение для температуры поверхности Регула:

$$T = T_0 \left(\frac{L}{L_0}\right)^{1/4} \left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2}.$$

Нам неизвестен радиус Регула R, но известен период его обращения вокруг своей оси t. Определим, при каком радиусе R физическое тело может вращаться с таким периодом и не быть разорванным центробежными силами. Для этого его скорость на экваторе не должна превышать первую космическую:

$$\frac{2\pi R}{t} < \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Здесь M – масса звезды. Мы не учитываем здесь вклад тепловой скорости частиц, что будет обосновано далее. Получаем:

$$R < \left(\frac{GMt^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} \approx 5R_0.$$

В итоге,

$$T > T_0 \left(\frac{L}{L_0}\right)^{1/4} \left(\frac{4\pi^2 R_0^3}{GMt^2}\right)^{1/6} \sim 1.5T_0 \sim 9000\ \text{K}.$$

Добавим, что при граничном значении температуры (9000 K) мы будем иметь радиус Регула в 5 радиусов Солнца и скорость осевого вращения на экваторе примерно 380 км/с. Это несравнимо больше тепловой скорости атомов водорода, соответствующей данной температуре (10 км/с), что оправдывает допущение, сделанное выше. Реальная температура на экваторе Регула немногим более 10000 K, то есть звезда находится на грани динамической устойчивости.

4. Система оценивания. Для решения задачи участники олимпиады должны получить значение светимости Регула, что оценивается в 2 балла. Выражение температуры Регула в зависимости от его радиуса из закона Стефана-Больцмана оценивается в 2 балла. Определение максимально возможного радиуса Регула исходя из его динамической устойчивости оценивается в 2 балла, еще 2 балла выставляется за вычисление минимальной температуры. Обоснование того, что тепловое движение атомов не влияет на ситуацию, не является обязательным.

Участники олимпиады могут пытаться определить значение радиуса Регула из напрямую из соотношения "радиус-светимость", указывая, что Регул – звезда главной последовательности, после чего найти его температуру. Однако, вследствие неточности соотношения "радиус-светимость" эта температура (около 12000 K) будет даже выше истинной температуры Регула (10000 K) и не может считаться минимально возможной температурой. При условии правильности вычислений подобное решение оценивается в 5 баллов (2 балла за значение светимости Регула, 2 балла за применение закона Стефана-Больцмана и 1 балл за применение соотношения "радиус-светимость").

Возможно решение задания, при котором участник олимпиады будет предполагать, что устойчивость звезды определяется только тепловым движением атомов, забыв про вращение звезды. В этом случае он будет приравнивать тепловую скорость атомов к первой (или даже второй) космической скорости, что приведет его к очень низкой величине минимальной температуры (порядка десятков кельвин). Такое решение может оцениваться не более, чем в 4 балла, при условии правильного вычисления светимости Регула и связи температуры с радиусом и светимостью по закону Стефана-Больцмана.

5. Условие. После обработки всех данных космической обсерватории GAIA будут с достаточной точностью получены параллаксы объектов в двух спутниках нашей Галактики, Большом и Малом Магеллановых облаках. Предполагаемый параллакс Большого Магелланового Облака (БМО) составляет 20 микросекунд дуги. Определите, во сколько раз дальше от нас находится Галактика Андромеды, если расстояние до нее порядка 800 кпк. Возможно ли из данных GAIA определить параллакс туманности Андромеды, если параллакс БМО определен с точностью 10%?

5. Решение. Определим расстояние до Большого Магелланова Облака:

$$D_M\ (\text{пк}) = 1\ /\ \mathrm{p}_M'' = 50000.$$

Здесь p_M – параллакс Большого Магелланова облака. Получаем, что галактика Андромеды располагается дальше от нас, и отношение расстояний равно

$$K = D_\mathrm{A}/D_\mathrm{M} = 16.$$

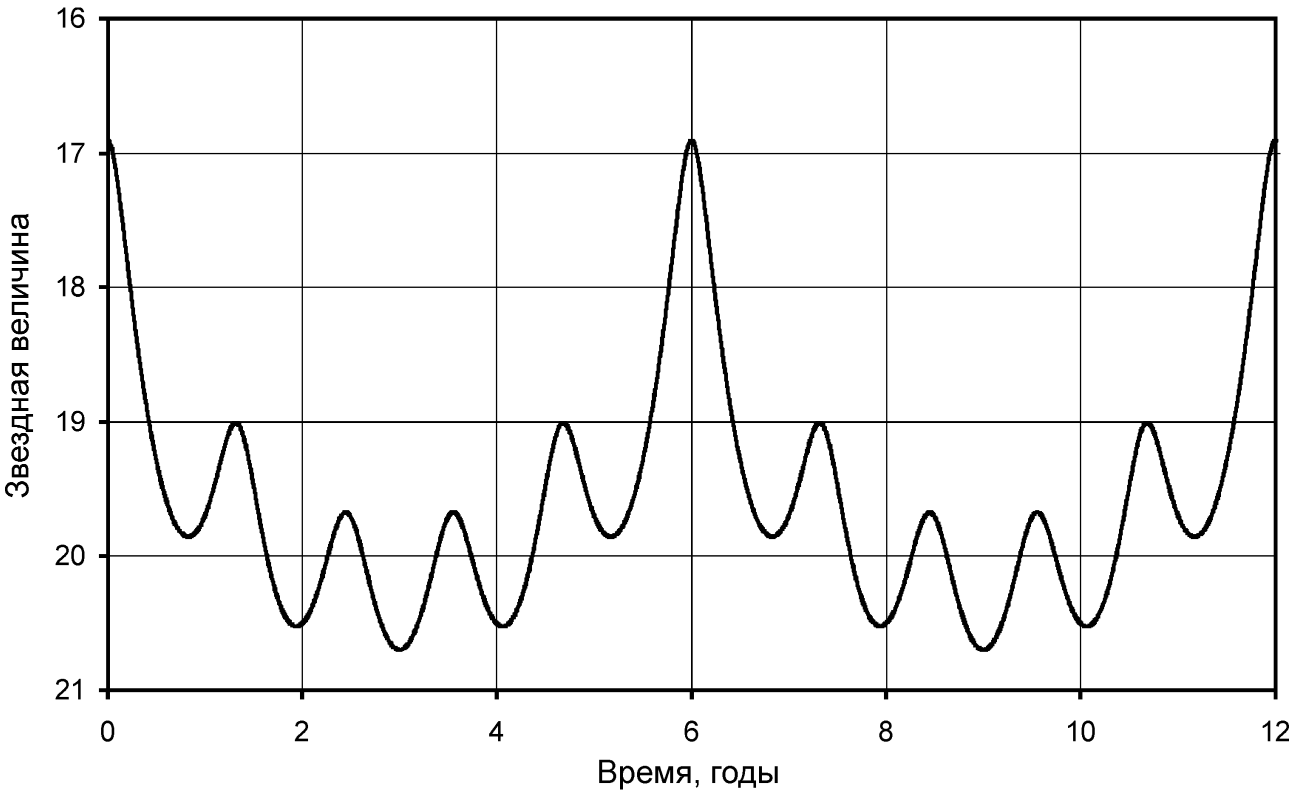
Параллакс галактики Андромеды равен

$$p_\mathrm{A}'' = 1/D_\mathrm{A}\ (\text{пк}) \sim 1.2\cdot10^{-6}.$$

Эта величина меньше погрешности измерения параллаксов в эксперименте GAIA (10% от параллакса Большого Магелланова облака или 2 микросекунды дуги), поэтому определить параллакс туманности Андромеды не удастся.

5. Система оценивания. Первый этап решения задачи связан с определением отношения расстояний до галактики Андромеды и БМО (через расстояние до БМО или параллакс галактики Андромеды). Этот этап оценивается в 3 балла. Далее необходимо определить точность измерений GAIA (3 балла). Вывод о том, что параллакс галактики Андромеды меньше погрешности измерений оценивается в 2 балла. Эти 2 балла не выставляются, если на предыдущих этапах была допущена арифметическая ошибка.

6. Условие. В ходе космической экспедиции будущего на небольшой астероид была установлена мощная лампа, работающая от стабильного атомного источника энергии. На рисунке показана зависимость звездной величины лампы на Земле от времени. Определите большую полуось и эксцентриситет орбиты астероида. Считать, что орбита лежит в плоскости эклиптики и не заходит внутрь орбиты Земли, астероид не отражает и не затеняет свет лампы, а сама лампа равномерно светит во все стороны и всегда существенно ярче самого астероида. Орбиту Земли считать круговой.



6. Решение. По условию задачи, лампа работает от автономного источника энергии, независимого от условия освещения Солнцем. Звездная величина лампы, регистрируемая на Земле, меняется только вследствие изменения расстояния между Землей и астероидом, на котором установлена лампа.

Чтобы решить задачу наиболее простым способом, обратим внимание, что зависимость звездной величины лампы полностью повторяется через 6 лет. Более того, этот период кратен земному году, то есть периоду обращения Земли вокруг Солнца. По истечении 6 лет Земля оказывается в той же точке орбиты, следовательно, астероид также проходит ту же точку своей орбиты. Следовательно, промежуток времени в 6 лет содержит кратное число периодов обращения астероида вокруг Солнца.

Блеск лампы становится максимальным (звездная величина минимальна) в моменты 0, 6 и 12 лет. В это время профиль кривой блеска симметричен относительно максимума.

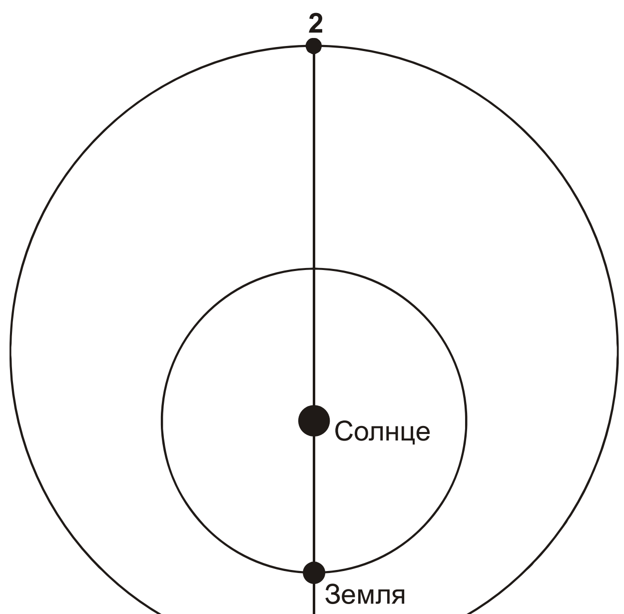
Следовательно, в это же время астероид располагается в точке перигелия орбиты и при этом находится либо в противостоянии, либо в соединении с Солнцем.

Между главными максимумами видно еще по 4 максимума блеска и 5 минимумов между ними. Они вызваны тем, что астероид периодически оказывается в противостоянии с Солнцем, приближаясь к Земле, и в соединении с ним, удаляясь от Земли. Если бы астероид двигался по орбите навстречу Земле (в противоположном направлении), то за 6 лет наблюдалось бы более 6 соединений и противостояний. Наличие 5 минимумов блеска говорит о пяти соединениях за 6-летний период. Следовательно, синодический период астероида S не превышает 1.2 года (в реальности, он точно равен этой величине, как можно убедиться по графику). Учитывая, что астероид находится дальше от Солнца, чем Земля, его орбитальный период T может быть найден по формуле:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}.$$

Здесь T_0 – орбитальный период Земли (один год). Период T составляет ровно 6 лет, и астероид движется по орбите в том же направлении, что и Земля. Большая полуось орбиты астероида составляет

$$a = 6^{2/3} = 3.3 \text{ а.е.}$$



На графике видно, что в моменты времени 3 года и 9 лет астероид находится в соединении с Солнцем на максимальном удалении от Земли (положение 2 на рисунке). Наша планета в это время занимает то же положение, что и в моменты времени 0, 6 и 12 лет. Значит, в эти моменты астероид находится в положении 1, в противостоянии с Солнцем (по условию задачи, он не заходит внутрь орбиты Земли). Определим по графику звездные величины лампы в эти два момента:

$$m_1 = 16.9;\ m_2 = 20.7.$$

Отношение видимых яркостей лампы в эти моменты:

$$K = 10^{0.4(m_2 - m_1)} = 33.$$

Пусть r – радиус орбиты Земли, e – эксцентриситет орбиты астероида. Расстояние от Земли до лампы в моменты 1 и 2 равны:

$$d_1 = a\,(1 - e) - r;$$
$$d_2 = a\,(1 + e) + r;$$

Светимость лампы не зависит от ее положения, поэтому

$$K = \frac{d_2^2}{d_1^2};\quad d_2 = d_1\sqrt{K}.$$

Решая эти уравнения относительно e, получаем:

$$e = \frac{\sqrt{K}\,(a - r) - (a + r)}{a\,(\sqrt{K} + 1)} = 0.4.$$

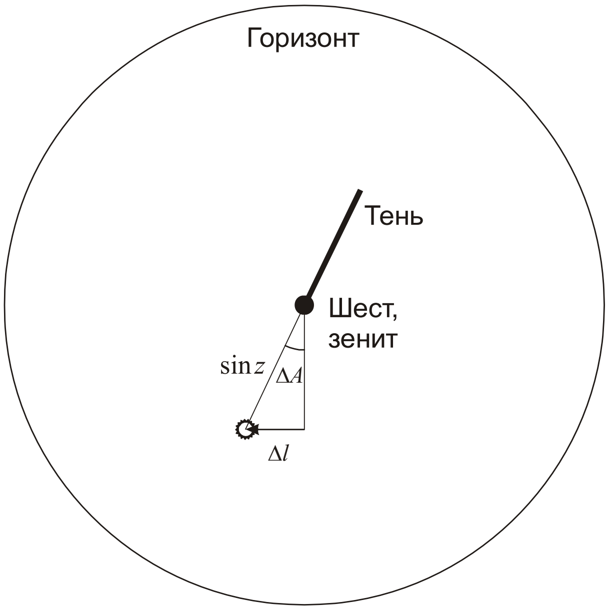
6. Система оценивания. Для решения задачи участники должны установить, что астероид обращается по своей орбите с периодом в 6 лет и получить из этого величину большой полуоси его орбиты. Данный этап решения оценивается в 3 балла (при раздельном выполнении 2 балла ставится за определение периода 1 балл – за определение большой полуоси). Участники могут сделать это развернутым способом, как приведено выше, а могут сразу оценить синодический период астероида (1.2 года) и вычислить из него орбитальный период, что также считается правильным. Если участник сразу и без обоснования пишет, что орбитальный период астероида составляет 6 лет, то 2 балла за первый этап решения не выставляются, но дальнейшее решение оценивается в полной мере (максимальная оценка – 6 баллов).

Вывод о том, что в моменты времени 0, 6 и 12 лет астероид находится в перигелии и противостоянии, а в моменты времени 3 и 9 лет – в афелии и соединении (сделанный в явном виде либо следующий из рисунка), оценивается в 2 балла. Вычисление эксцентриситета орбиты астероида оценивается в 3 балла.

11 класс

1. Условие. Солнечные часы состоят из вертикального шеста высотой 4 м и плоского горизонтального циферблата. В какой-то момент тень от шеста двигалась по циферблату с угловой скоростью ровно 1 градус в минуту. На каких широтах на Земле это могло быть? Какая при этом могла быть максимальная длина тени? Угловыми размерами Солнца пренебречь.

1. Решение. Так как шест вертикальный, а тень фиксируется на горизонтальной плоскости, то ее угловая скорость есть скорость изменения азимута Солнца. Эта скорость оказывается, как минимум, в 4 раза большей угловой скорости суточного движения Солнца – последняя равна 0.25 градуса в минуту в моменты равноденствий и еще несколько меньше в солнцестояния. Описанная в условии картина может быть, если Солнце располагается недалеко от зенита. Рассмотрим проекцию небесной сферы единичного радиуса на горизонтальную плоскость (рисунок):



Обозначим угловую скорость Солнца в дни равноденствий (15° в час или 0.25° в минуту) как ω_0. За малый промежуток времени Δt Солнце пройдет на рисунке отрезок

$$\Delta l \leq \omega_0 \cos\delta \, \Delta t.$$

Здесь δ – склонение Солнца. Равенство будет достигаться в момент кульминации Солнца. За это время тень повернется на малый угол (рисунок):

$$\Delta A \leq \frac{\Delta l}{\sin z} \leq \frac{\omega_0 \cos\delta \, \Delta t}{\sin z}.$$

Здесь z – зенитное расстояние Солнца. Равенство вновь достигается в момент кульминации Солнца. Из условия задачи нам известна величина угловой скорости тени:

$$\Omega = \frac{\Delta A}{\Delta t} \leq \frac{\omega_0 \cos\delta}{\sin z}.$$

Отсюда мы получаем ограничение на зенитное расстояние:

$$\sin z \leq \frac{\omega_0 \cos\delta}{\Omega} = \frac{\cos\delta}{4}.$$

Если дело происходит в равноденствие, то зенитное расстояние Солнца не больше arcsin(1/4)=14.5°. Чтобы определить максимальную широту, нам нужно рассмотреть случай солнцестояния, когда склонение Солнца по модулю достигает величины ε (23.4°). Максимальная (по модулю) широта, на которой может выполняться данное условие, равна

$$\varphi_{MAX} = \varepsilon + \arcsin\left(\frac{\cos\varepsilon}{4}\right) = 36.7^{\circ}.$$

Картина может наблюдаться на широтах от –36.7° до +36.7°. Для длины тени выполняется выражение:

$$L = H\,\mathrm{tg}z \le H\sqrt{\frac{\omega_0^2\cos^2\delta}{\Omega^2 - \omega_0^2\cos^2\delta}} \le H\sqrt{\frac{\omega_0^2}{\Omega^2 - \omega_0^2}} = 1.03 \text{ м.}$$

1. Система оценивания. Для решения задачи участники олимпиады должны сформулировать условие задачи в виде ограничения на зенитное расстояние Солнца. Данный этап оценивается в 4 балла. Если при этом участники олимпиады не учитывают множитель cos δ, принимая его равным единице, оценка за этот этап не изменяется. Если вместо синуса зенитного расстояния берется оно само в радианной мере, оценка также не изменяется. Однако, подобные ошибки являются основанием для снижения оценки за последующую часть решения – см. ниже.

Далее необходимо получить ограничение на модуль широты, которое оценивается в 2 балла. Еще 2 балла выставляется за нахождение длины тени. При этом участник олимпиады может учесть, что угол z мал и $\sin z \sim \mathrm{tg} z \sim z$. Это допущение, а также округление ответа до 1 м не является обоснованием для снижения оценки. Однако, если участник олимпиады не учитывает множитель cos δ и получает максимальную широту 37.9°, оценка снижается на 1 балл.

Если участник олимпиады указал, что Солнце должно располагаться на большой высоте, но при этом этапов решения не выполнил, ему выставляется итоговый 1 балл.

2. Условие. Далекая галактика, похожая на нашу Галактику Млечный Путь, имеет красное смещение 0.01. На угловом расстоянии 5′ от нее виден ее спутник – карликовая галактика. Оцените период ее обращения вокруг большой галактики.

2. Решение. Наличие красного смещения у галактики связано с эффектом Допплера. Красное смещение галактики z – это относительная величина, характеризующая изменение длины волны принимаемого излучения $\Delta\lambda$ по сравнению с лабораторной длиной волны λ_0:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}.$$

Галактика удаляется от нас со скоростью

$$v = c \cdot z = 3000 \text{ км / с}.$$

Здесь c – скорость света, z – красное смещение галактики. Расстояние до галактики можно найти по закону Хаббла:

$$L = v \,/\, H \sim 45 \text{ Мпк}.$$

Предположим, что линия, соединяющая галактику и ее спутник, находится в картинной плоскости. Тогда расстояние между галактиками равно

$$R = L\,\alpha\,(\text{рад}) \sim 65 \text{ кпк}$$

или $1.3 \cdot 10^{10}$ а.е. Здесь α – угловое расстояние между галактиками на небе. Предположим, что галактика-спутник движется по круговой орбите с радиусом R. Масса центральной галактики примерно равна массе галактики Млечный путь (10^{12} масс Солнца), масса спутника существенно меньше. Период обращения T, выраженный в годах, можно найти из III закона Кеплера, выразив массу центральной галактики M в массах Солнца, а радиус орбиты – в астрономических единицах:

$$T(\text{годы}) = \sqrt{\frac{R^3(\text{а.е.})}{M(M_0)}} = 1.5 \cdot 10^9.$$

2. Система оценивания. На первом этапе решения участники олимпиады должны определить расстояние до галактики, что оценивается в 3 балла. Определение расстояния между галактикой и ее спутником оценивается в 2 балла. При этом участники олимпиады могут предположить, что расстояние до галактик не является одинаковым, что приведет к несколько большему значению расстояния между галактиками (умножение на фактор $(3/2)^{1/2}$, то есть до 80 кпк) и, в дальнейшем, к большему периоду обращения (до 2 млрд лет). Это не является ошибкой и не влияет на итоговую оценку. Вычисление периода обращения оценивается в 3 балла. Участники олимпиады могут принимать несколько меньшее значение массы галактики, однако при массе, меньшей $3\cdot10^{11}$ масс Солнца, оценка снижается на 1 балл, а при массе, меньшей 10^{11} масс Солнца – снижается на 2 балла.

3. Условие. Ученые будущего предложили фантастический проект, в ходе которого весь грунт на поверхности Марса электрохимическим способом был бы разложен на свободные металл и кислород, и таким образом была бы создана кислородная атмосфера на планете. Какова толщина слоя грунта, который нужно переработать, чтобы давление такой кислородной атмосферы у поверхности Марса оказалось таким же, как атмосферное давление у поверхности Земли? Считать, что грунт Марса состоит из минерала лимонита с химической формулой Fe_2O_3 и плотностью 3.5 г/см^3. Атомные веса железа и кислорода составляют 56 и 16 соответственно.

3. Решение. Атмосферное давление у поверхности Земли p составляет 10^5 Па и равно весу столба атмосферы площадью 1 м^2. Все то же самое будет относиться и к Марсу, но нельзя забывать, что ускорение свободного падения g на Марсе другое. Масса этого столба с площадью основания 1 м^2 составит:

$$m_{\mathrm{S}} = \frac{p}{g} = \frac{pR^2}{GM}.$$

Здесь M и R – масса и радиус Марса. Данное выражение можно получить другим, более сложным способом. Концентрация атомов в атмосфере у поверхности Марса равна

$$n = \frac{p}{kT}.$$

Здесь k – постоянная Больцмана, T – температура атмосферы. Число атомов в столбе атмосферы единичной площади есть произведение концентрации на высоту однородного столба атмосферы H:

$$n_{\mathrm{S}} = nH = \frac{p}{kT}\cdot\frac{\Re T}{\mu g} = \frac{N_{\mathrm{A}}p}{\mu g} = \frac{p}{mg}.$$

Здесь N_{A} – постоянная Авогадро, μ и m – молярная и молекулярная масса газа. Учитывая, что $m_{\mathrm{S}} = m\cdot n_{\mathrm{S}}$, мы вновь приходим к первой формуле решения задачи.

Масса столба оказывается равной $2.7 \cdot 10^4$ кг/м^2. Обратим внимание, что высота атмосферы и толщина грунта существенно меньше радиуса планеты, ускорение свободного падения мы считаем постоянным. Массовая доля кислорода в молекуле Fe_2O_3 равна

$$\eta = \frac{3A_\mathrm{O}}{2A_\mathrm{Fe} + 3A_\mathrm{O}} \approx 0.31.$$

Здесь A_O и A_Fe – атомные веса кислорода и железа. Чтобы наполнить столб атмосферы требуемым количеством кислорода, нужно переработать столб грунта Марса той же площади (так как обработке подвергается вся планета) глубиной h. Масса этого столба будет равна

$$m_\mathrm{GS} = \frac{m_\mathrm{S}}{\eta} = m_\mathrm{S}\,\frac{2A_\mathrm{Fe} + 3A_\mathrm{O}}{3A_\mathrm{O}}.$$

Масса столба получается равной $9 \cdot 10^4$ кг/м^2. Теперь мы можем найти его глубину

$$h = m_\mathrm{GS}/\rho = 25 \text{ м}.$$

Здесь ρ – плотность грунта, которую нужно перевести в нужные единицы (при выполнении решения в системе СИ – в кг/м^3).

3. Система оценивания. Существует несколько подходов к решению данного задания. Участники олимпиады могут вычислять требуемую массу кислорода как в расчете на единицу площади (1 м^2 или 1 см^2 в зависимости от используемой системы единиц), так и в расчете на всю поверхность Марса. Правильное определение массы атмосферы на единицу площади в виде формулы или числа оценивается в 3 балла. Эффективным и самым простым методом выполнения этого этапа является представление давления как веса столба атмосферы единичной площади. Участники могут проводить выкладки через величину однородного столба атмосферы и даже пытаться вычислить температуру Марса. Это излишние шаги, но при условии правильности вычислений они оцениваются в полной мере.

Вычисление массы грунта на единичную площадь (или площадь поверхности Марса) оценивается в 2 балла. Если при этом участник олимпиады не учитывает или неправильно учитывает количество атомов кислорода и железа в молекуле Fe_2O_3, данные 2 балла не ставятся, но другие этапы решения оцениваются в полной мере. Наконец, определение глубины переработки грунта оценивается в 3 балла.

4. Условие. Видимая звездная величина звезды Регул равна $+1.4^m$, расстояние до нее 24 пк, масса – 3.5 массы Солнца, период осевого вращения – 16 часов. Исходя из этих данных, найдите минимально возможное значение температуры поверхности Регула.

4. Решение. Определим абсолютную звездную величину Регула:

$$m_A = m + 5 - 5 \lg d = -0.5.$$

Здесь d – расстояние до Регула. С учетом того, что абсолютная звездная величина Солнца равна $+4.7^m$, получаем, что светимость Регула L больше светимости Солнца L_0 в $10^{0.4 \cdot 5.2} = 120$ раз. Для светимостей L, радиусов R и температур T справедливо соотношение (индекс «0» относится к Солнцу):

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \left(\frac{T}{T_0}\right)^4.$$

Отсюда мы получаем выражение для температуры поверхности Регула:

$$T = T_0 \left(\frac{L}{L_0}\right)^{1/4} \left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2}.$$

Нам неизвестен радиус Регула R, но известен период его обращения вокруг своей оси t. Определим, при каком радиусе R физическое тело может вращаться с таким периодом и не быть разорванным центробежными силами. Для этого его скорость на экваторе не должна превышать первую космическую:

$$\frac{2\pi R}{t} < \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Здесь M – масса звезды. Мы не учитываем здесь вклад тепловой скорости частиц, что будет обосновано далее. Получаем:

$$R < \left(\frac{GMt^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} \approx 5R_0.$$

В итоге,

$$T > T_0 \left(\frac{L}{L_0} \right)^{1/4} \left(\frac{4\pi^2 R_0^3}{GMt^2} \right)^{1/6} \sim 1.5T_0 \sim 9000\,\mathrm{K}.$$

Добавим, что при граничном значении температуры (9000 K) мы будем иметь радиус Регула в 5 радиусов Солнца и скорость осевого вращения на экваторе примерно 380 км/с. Это несравнимо больше тепловой скорости атомов водорода, соответствующей данной температуре (10 км/с), что оправдывает допущение, сделанное выше. Реальная температура на экваторе Регула немногим более 10000 K, то есть звезда находится на грани динамической устойчивости.

4. Система оценивания. Для решения задачи участники олимпиады должны получить значение светимости Регула, что оценивается в 2 балла. Выражение температуры Регула в зависимости от его радиуса из закона Стефана-Больцмана оценивается в 2 балла. Определение максимально возможного радиуса Регула исходя из его динамической устойчивости оценивается в 2 балла, еще 2 балла выставляется за вычисление минимальной температуры. Обоснование того, что тепловое движение атомов не влияет на ситуацию, не является обязательным.

Участники олимпиады могут пытаться определить значение радиуса Регула из напрямую из соотношения "радиус-светимость", указывая, что Регул – звезда главной последовательности, после чего найти его температуру. Однако, вследствие неточности соотношения "радиус-светимость" эта температура (около 12000 K) будет даже выше истинной температуры Регула (10000 K) и не может считаться минимально возможной температурой. При условии правильности вычислений подобное решение оценивается в 5 баллов (2 балла за значение светимости Регула, 2 балла за применение закона Стефана-Больцмана и 1 балл за применение соотношения "радиус-светимость").

Возможно решение задания, при котором участник олимпиады будет предполагать, что устойчивость звезды определяется только тепловым движением атомов, забыв про вращение звезды. В этом случае он будет приравнивать тепловую скорость атомов к первой (или даже второй) космической скорости, что приведет его к очень низкой величине минимальной температуры (порядка десятков кельвин). Такое решение может оцениваться не более, чем в 4 балла, при условии правильного вычисления светимости Регула и связи температуры с радиусом и светимостью по закону Стефана-Больцмана.

5. Условие. В Галактике Млечный Путь раз в 20 лет вспыхивают Сверхновые II типа с абсолютной звездной величиной -18^m. Насколько часто такие Сверхновые появляются в небе

Земли с блеском ярче Венеры (-4^m)? Радиус Галактики считать равным 15 кпк, поглощение света составляет 2^m на кпк.

5. Решение. Для решения задачи необходимо найти расстояние до сверхновой звезды, при котором она светила бы в небе Земли с блеском Венеры. В условиях межзвездного поглощения звездная величина объекта зависит от расстояния до него как:

$$m = M - 5 + 5 \lg r + E \cdot r,$$

где M – абсолютная звездная величина, E – величина поглощения (0.002^m на пк), расстояние r выражается в парсеках. Подставляя имеющиеся у нас значения видимой и абсолютной звездной величины, получаем:

$$5 \lg r + E \cdot r = 19.$$

Это уравнение можно решить подбором значения ответа, в результате получаем:

$$r \sim 1500 \text{ пк}.$$

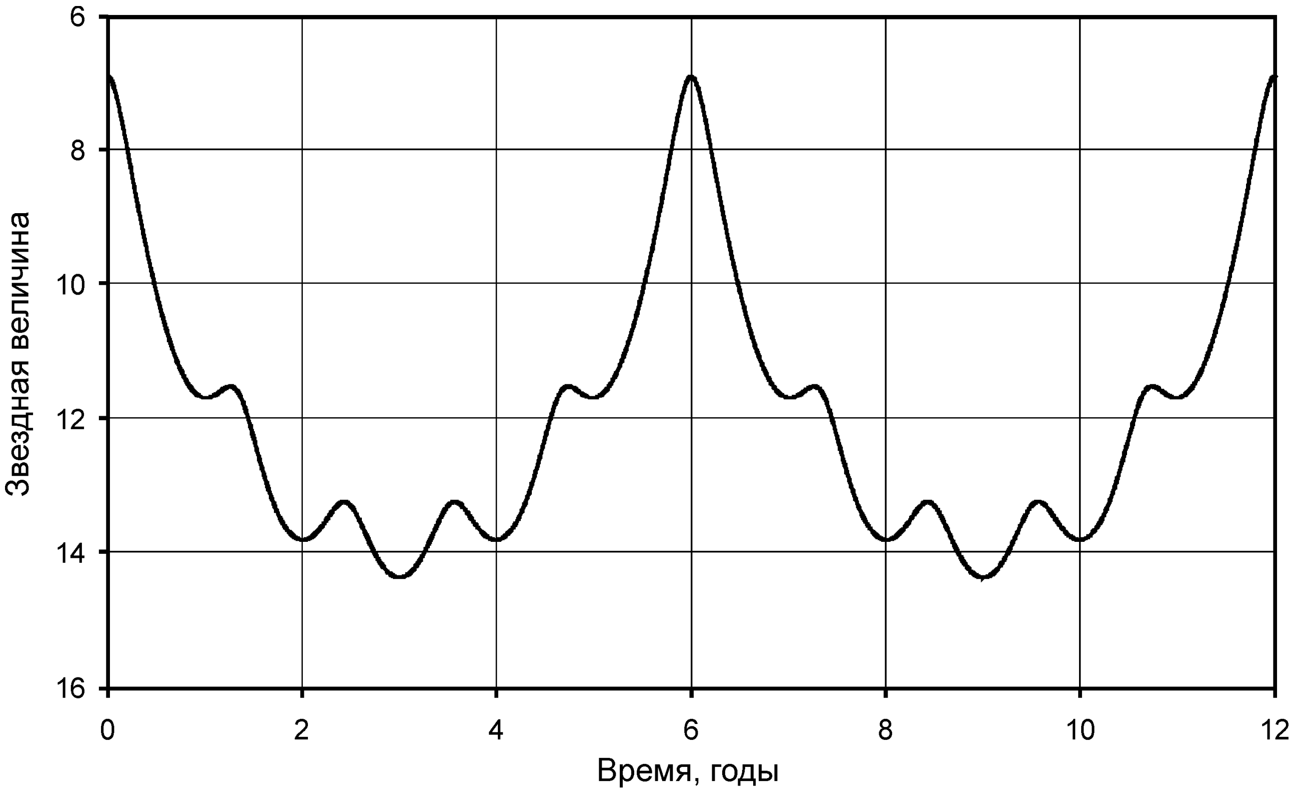
Учтем далее, что Сверхновые II типа взрываются только в диске Галактики, толщина которого меньше, чем полученное значение r. Чтобы определить, какая доля этих Сверхновых может иметь заданную яркость, нужно вычислить отношение площади круга с радиусом r и площади всего диска:

$$\eta = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{1}{100}.$$

Получаем, что лишь каждая сотая Сверхновая может светить в небе Земли ярче Венеры. Такие сверхновые будут появляться на нашем небе в среднем раз в $(100 \cdot 20) = 2000$ лет.

5. Система оценивания. Первая часть решения задачи состоит в нахождении расстояния, при котором Сверхновая будет иметь заданный блеск в небе Земли. Эта часть решения оценивается в 4 балла. Если при этом участник олимпиады не учитывает межзвездное поглощение (с ответом около 6 кпк) либо учитывает его некорректно, оценка уменьшается на 3 балла, но оставшаяся часть решения оценивается в полной мере. Вторая часть решения связана с определением частоты ярких Сверхновых и оценивается в 4 балла. Если при расчетах Галактика предполагается шаром (с в 10 раз меньшей итоговой частотой Сверхновых), то общая оценка уменьшается на 3 балла.

6. Условие. На рисунке показана зависимость звездной величины некоторой кометы на Земле от времени. Определите большую полуось и эксцентриситет орбиты кометы. Считать, что орбита лежит в плоскости эклиптики и не заходит внутрь орбиты Земли. Светимость кометы обратно пропорциональна четвертой степени ее расстояния от Солнца, комета рассеивает свет равномерно во всех направлениях. Орбиту Земли считать круговой.



6. Решение. По условию задачи, светимость кометы достаточно резко зависит от ее расстояния до Солнца. Звездная величина кометы, регистрируемая на Земле, меняется вследствие изменения расстояний между кометой и Солнцем и между кометой и Землей.

Чтобы решить задачу наиболее простым способом, обратим внимание, что зависимость звездной величины кометы полностью повторяется через 6 лет. Более того, этот период кратен земному году, то есть периоду обращения Земли вокруг Солнца. По истечении 6 лет Земля оказывается в той же точке орбиты, следовательно, комета также проходит ту же точку своей орбиты. Следовательно, промежуток времени в 6 лет содержит кратное число периодов обращения кометы вокруг Солнца.

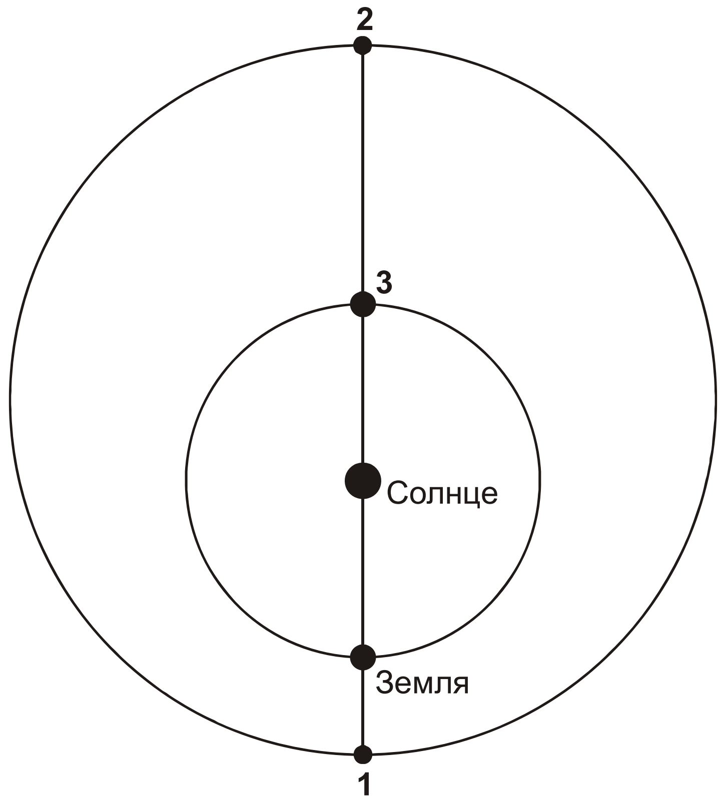
Блеск кометы становится максимальным (звездная величина минимальна) в моменты 0, 6 и 12 лет. В это время профиль кривой блеска симметричен относительно максимума. Следовательно, в это же время комета располагается в точке перигелия орбиты и при этом находится либо в противостоянии, либо в соединении с Солнцем.

Между главными максимумами видно еще по 4 максимума блеска и 5 минимумов между ними. Они вызваны тем, что комета периодически оказывается в противостоянии с Солнцем, приближаясь к Земле, и в соединении с ним, удаляясь от Земли. Если бы комета двигалась по орбите навстречу Земле (в противоположном направлении), то за 6 лет наблюдалось бы более 6 соединений и противостояний. Наличие 5 минимумов блеска говорит о пяти соединениях за 6-летний период. Следовательно, синодический период кометы S не превышает 1.2 года (в реальности, он точно равен этой величине, как можно убедиться по графику). Учитывая, что комета находится дальше от Солнца, чем Земля, ее орбитальный период T может быть найден по формуле:

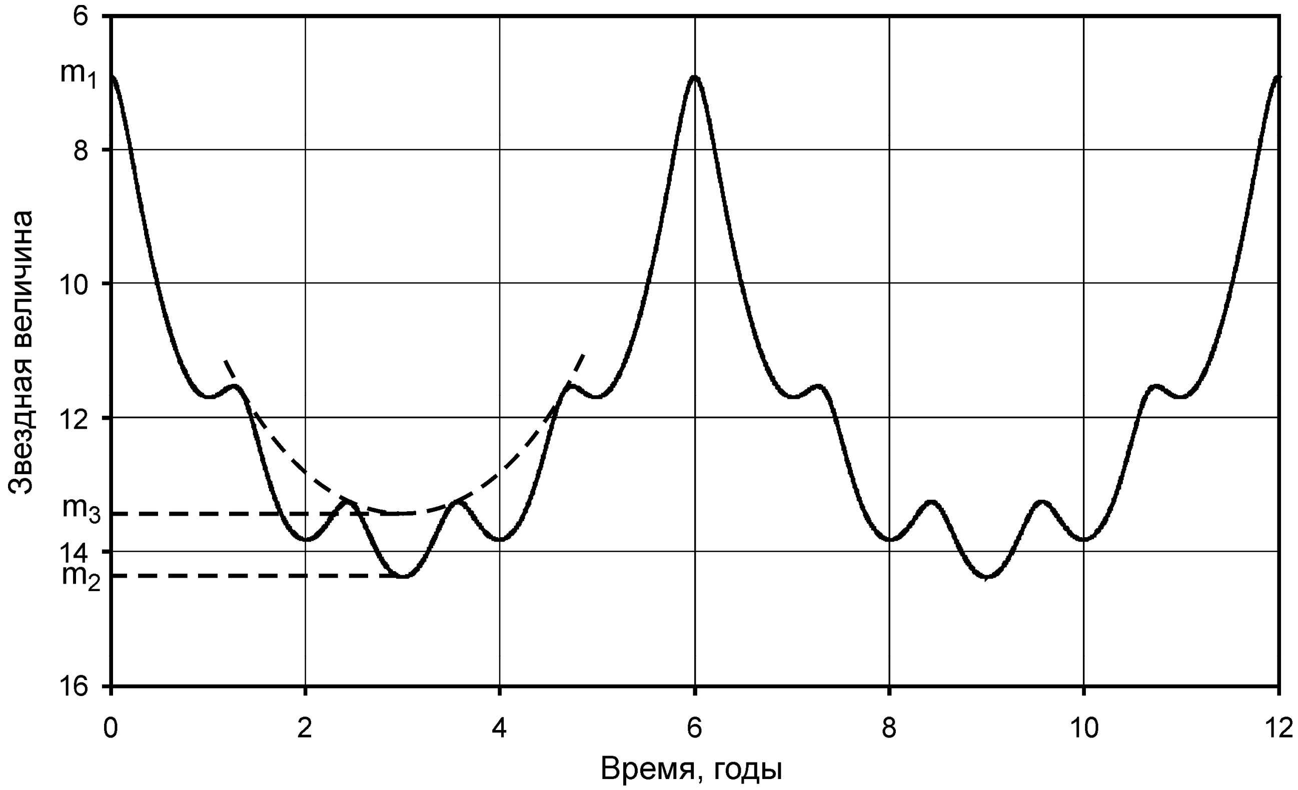
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}.$$

Здесь T_0 – орбитальный период Земли (один год). Период T составляет ровно 6 лет, и комета движется по орбите в том же направлении, что и Земля. Большая полуось орбиты кометы составляет

$$a = 6^{2/3} = 3.3 \text{ а.е.}$$



На графике видно, что в моменты времени 3 года и 9 лет комета находится в соединении с Солнцем на максимальном удалении от Земли (положение 2 на рисунке). Наша планета в это время занимает то же положение, что и в моменты времени 0, 6 и 12 лет. Значит, в эти моменты комета находится в положении 1, в противостоянии с Солнцем (по условию задачи, она не заходит внутрь орбиты Земли). Дальнейшее решение можно производить разными способами. В частности, можно определить по графику звездные величины кометы в эти два момента:



$$m_1 = 6.9;\ m_2 = 14.4.$$

Отношение видимых яркостей кометы в эти моменты:

$$K = 10^{0.4(m_2 - m_1)} = 1000.$$

Пусть r – радиус орбиты Земли, e – эксцентриситет орбиты кометы. Расстояние от Земли до кометы в моменты 1 и 2 равны:

$$d_1 = a\,(1 - e) - r;$$
$$d_2 = a\,(1 + e) + r;$$

С учетом зависимости яркости кометы от расстояний до Солнца и Земли имеем:

$$K = \frac{d_2^2}{d_1^2} \cdot \frac{(1+e)^4}{(1-e)^4}.$$

В итоге, мы получаем кубическое уравнение для эксцентриситета:

$$\sqrt{K} = \frac{a(1+e)+r}{a(1-e)-r} \cdot \frac{(1+e)^2}{(1-e)^2},$$

которое можно решить численным подбором, получив значение эксцентриситета: e = 0.4. Однако, существует более простой способ. С точностью до 0.1^{m} можно определить, какую звездную величину имела бы комета в афелии (положение 2), находись она при этом в противостоянии (Земля в положении 3). Эта величина составляет

$$m_3 = 13.4.$$

Эта величина отличается от m_2 только за счет меньшего расстояния от Земли. Тогда мы можем записать

$$K_2 = 10^{0.4(m_2 - m_3)} = 2.5 = \left(\frac{a(1+e)+r}{a(1+e)-r} \right)^2.$$

Отсюда имеем

$$e = \frac{r}{a} \frac{\sqrt{K_2}+1}{\sqrt{K_2}-1} - 1 = 0.35,$$

что можно считать хорошим приближенным ответом.

6. Система оценивания. Для решения задачи участники должны установить, что комета обращается по своей орбите с периодом в 6 лет и получить из этого величину большой полуоси ее орбиты. Данный этап решения оценивается в 3 балла (при раздельном выполнении 2 балла ставится за определение периода 1 балл – за определение большой полуоси). Участники могут сделать это развернутым способом, как приведено выше, а могут сразу оценить синодический период кометы (1.2 года) и вычислить из него орбитальный период, что также считается правильным. Если участник сразу и без обоснования пишет, что орбитальный период кометы составляет 6 лет, то 2 балла за первый этап решения не выставляются, но дальнейшее решение оценивается в полной мере (максимальная оценка – 6 баллов).

Вывод о том, что в моменты времени 0, 6 и 12 лет комета находится в перигелии и противостоянии, а в моменты времени 3 и 9 лет – в афелии и соединении (сделанный в явном виде либо следующий из рисунка), оценивается в 2 балла. Вычисление эксцентриситета орбиты кометы оценивается в 3 балла, причем это может делаться точным методом на основе анализа величин m_1 и m_2, возможно использование приближенного метода, аналогичного описанному выше. Значения эксцентриситета в интервале от 0.3 до 0.5 могут считаться правильными.